

CONSIDERACIONES TÉCNICAS PARA EL DISEÑO DE TRANSFORMADORES DE MEDIDA DE CORRIENTE

TECHNICAL CONSIDERATIONS FOR THE DESIGN OF TRANSFORMERS OF MEASURES FOR ELECTRIC CURRENT

Mg. Mario Egas Escobar
Universidad Tecnológica Israel
meegas@uisrael.edu.ec

Ing. José Egas Molina
Departamento de Desarrollo e Investigación Imetrilec Cía. Ltda.
sistemas@imetrilec.com

Fecha de recepción: 17/03/2016
Fecha de aceptación: 10/04/2016

Resumen:

Se realiza una recopilación de las fórmulas para el cálculo de los transformadores para medición de corriente. Se utiliza una aproximación de las potencias aparente y activa del núcleo de acero de grano orientado con funciones de potencia fraccionaria para la densidad de campo magnético y la frecuencia. Se desarrolla un nuevo cálculo de la Clase de precisión en la magnitud y la fase del transformador de medida de corriente en base a los datos usualmente especificados por los fabricantes.

Palabras clave: Burden, clase de precisión, materiales ferromagnéticos, transformadores de medida de corriente.



Abstract

A compilation of the formulas for the calculation of the transformers for current measurement is made. An approximation of the apparent and active powers of the grain steel core, oriented with fractional power functions for magnetic field density and frequency, is used. A new calculation of the Accuracy Class in the magnitude and phase of the current transformer is developed based on data usually specified by the manufacturers.

Keywords: Precision class, ferromagnetic materials, current measurements transformers



Introducción

El diseño actual de un transformador para medición de corriente (*TC*) requiere una relación muy cercana con las curvas de magnetización del material magnético que compone el núcleo. Es por tanto muy importante tener un procedimiento de cálculo confiable que permita cumplir las exigentes especificaciones solicitadas por las empresas eléctricas para la medición de corriente con la mayor precisión posible.

El diseño básico de un *TC* requiere únicamente de la ecuación (I.1), en donde N_p es el número de espiras en el primario, \tilde{I}_p es la corriente en el primario e \tilde{I}_s la corriente en el secundario [1], [2]. El diseño es algo más complejo cuando se toma en cuenta el error en la medición de corriente y su relación con las consideraciones físicas constructivas, especialmente del hierro ferromagnético del que está constituido el núcleo y de la resistencia eléctrica del conductor esmaltado de cobre de los bobinados primario y secundario.

$$N_p \tilde{I}_p = N_s \tilde{I}_s \quad (\text{I.1})$$

Desarrollo

A. Ocupación de la ventana

El tamaño de la ventana de un *TC* depende de las corrientes nominales de los devanados tanto primario como secundario y otras características constructivas propias de este tipo de equipos. En primer lugar, para el diseño de la ventana es necesario definir el factor de ocupación, como la superficie total ocupada por los bobinados S_b dividida para la superficie total de la ventana S_T ; es decir $F_o = S_b/S_T$. Para un transformador típico con ventana rectangular el factor de ocupación varía entre el 85 y el 100% [2].

1 Las variables con tilde como \tilde{A} son fasores; las variables con mayúscula A son variables absolutas $A = |\tilde{A}|$, las variables con techo: son valores de pico $\hat{A} = \sqrt{2}A$



El diseño es distinto en el caso del *TC* de forma toroidal porque se debe considerar una holgura que permita introducir o extraer el conductor primario de mayor corriente con facilidad. Normalmente el primario está constituido por una sola espira por la cual circula toda la corriente que se va a medir. En resumen, el espacio total S_T en mm^2 será el indicado en la ecuación (II.1), donde el espacio para el conductor primario es S_p , el de la holgura es S_h y el espacio necesario para el bobinado secundario es S_s .

$$S_T = S_p + S_h + S_s \quad (\text{II.1})$$

En la mayor parte de los casos el diámetro del agujero pasante D_p es una especificación técnica provista por el cliente, con lo cual $S_T = S_s + \pi/4 D_p^2$. También es posible definir un factor de ocupación del bobinado secundario

F_{os} como la superficie total ocupada por el secundario S_s dividida para S_T ; esto es $F_{os} = S_s/S_T$. Si D_n es el diámetro interior del núcleo de hierro ferromagnético, entonces $F_{os} = 1 - (D_p/D_n)^2$.

B. Factor de arrollamiento

Se define el factor de arrollamiento F_a como la superficie efectiva de cobre dividida entre la superficie del secundario, entonces $F_a = \pi e^2 N_s / 4 S_s$ en donde e es el calibre del conductor esmaltado correspondiente del bobinado secundario y N_s es el número de espiras de sección circular que lo conforman.

F_a se calcula normalmente con un 85% para el adosamiento de espiras una junto a la otra dentro de una capa, multiplicado por un 65% para el apilamiento entre capas y multiplicado por un factor del 78,5% = $\pi/4 \times 100\%$ correspondiente a la sección circular aprovechable del conductor; esto es:

$$F_a \approx 0,85 \times 0,65 \times 0,785 = 0,43 \cong 43\%.$$

El número de espiras N_s está dado por la ecuación (I.1); es decir $N_s = N_p (I_p/I_s)$. El calibre del conductor esmaltado del secundario se puede calcular simplemente a partir de la relación $e \geq \sqrt{(4I_s/\pi J_d)}$ en la cual J_d es la densidad de corriente para diseño que se encuentra normalmente en el rango $1,6 < J_d < 2,5 [A/mm^2]$. Dado que la corriente secundaria está normalizada a 5A ó a 1A, y puesto que además la corriente primaria I_p es un dato conocido, entonces la superficie del secundario del *TC* estaría dada por la relación (II.2)

$$S_s \geq \frac{N_s I_s}{F_a J_d} \quad (\text{II.2})$$

La superficie total de la ventana ST estaría dada por la ecuación (II.3)



$$S_T \geq \frac{N_s I_s}{F_a J_d} + \frac{\pi}{4} D_p^2 \quad (\text{II.3})$$

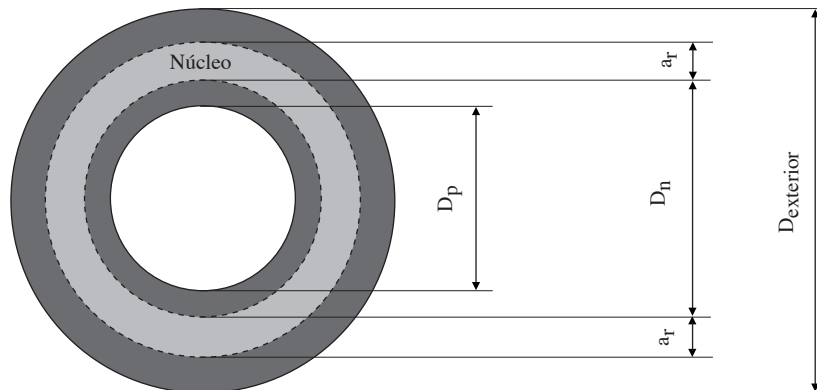
Entonces, el diámetro interior del núcleo se puede obtener mediante la ecuación (II.4)

$$D_n \geq \sqrt{\frac{\pi}{4} \frac{N_s I_s}{F_a J_d} + D_p^2} \quad (\text{II.4})$$

Si como parte del diseño se toma un espesor total del núcleo a_r , entonces el perímetro p del circuito magnético del TC estaría determinado por la ecuación (II.5). Se considera que p es el diámetro promedio del núcleo; por esta razón se suma una sola vez el espesor del núcleo a_r .

$$p = \pi (D_n + a_r) \quad (\text{II.5})$$

Figura 1. Dimensiones y diámetros del TC



Fuente: autores.

C. Error en la magnitud

De acuerdo a la ley de Ampere para un transformador en baja frecuencia con una densidad de campo magnético \tilde{B} , una permeabilidad magnética del medio $\mu = \mu_r \mu_0$ y un perímetro externo del camino magnético p dado por (II.5) se llega a obtener la ecuación (II.6) que constituye una primera aproximación para el modelo real del TC pues introduce un parámetro de falla en la ecuación (I.1) [3], [2].

$$N_p \tilde{I}_p - N_s \tilde{I}_s = \frac{p \tilde{B}}{\mu_r \mu_0} \quad (\text{II.6})$$

De esta manera, para un TC real el error en tanto por unidad ε en la medición de corriente estaría dado por la ecuación (II.7). En (II.7) se han añadido los subíndices *Ideal* para diferenciarlos del caso real (I.1) y se ha hecho además la aproximación de que $I_{pIdeal} \approx I_p$ en el denominador.

$$\varepsilon = \left| \frac{\tilde{I}_p - \tilde{I}_{pIdeal}}{\tilde{I}_{pIdeal}} \right| \approx \frac{pB}{\mu_r \mu_0 N_p I_p} \quad (\text{II.7})$$

De acuerdo a la ecuación (II.7), la densidad de campo magnético rms máxima que debería aplicarse al núcleo para obtener este error sería el expresado en la ecuación (II.8). Se debe notar que la permeabilidad magnética del núcleo ferromagnético de láminas de grano orientado no es un factor constante sino que varía entre 500 y 1,500 para campos magnéticos bajos y entre 5.000 y 30.000 para campos magnéticos altos. Es por esta razón que la ecuación (II.8) es útil sólo como una aproximación inicial y puede tomarse en ella un valor de $\mu_r = 5.000$ para el primer análisis [4].

$$B_\varepsilon = \frac{\mu_r \mu_0 N_p I_p \varepsilon}{p} \quad (\text{II.8})$$

Para encontrar las dimensiones adecuadas del núcleo se debe utilizar la ley de Faraday, que para señales sinusoidales se expresa en la ecuación (II.9) con N_p espiras en el lado primario, una frecuencia f , una densidad de campo magnético \tilde{B} , un área transversal del núcleo A_n y un voltaje primario V_p .

$$V_p = 2\pi f N_p A_n B_\varepsilon \quad (\text{II.9})$$

Por tanto, el área transversal del núcleo necesaria para obtener una clase de precisión de $\varepsilon \times 100\%$ sería la expresada en la ecuación (II.10). Las clases de precisión se definen según la norma *CEI* en seis, cuyas designa-

ciones son: 0,1; 0,2; 0,5; 1; 3 y 5 [1], [5]. Se debe notar que el área del núcleo está relacionada con sus dimensiones mediante $A_n = a_r b$, en donde b es la anchura del fleje de grano orientado y a_r su espesor.

$$V_p = \frac{2\pi \mu_r \mu_0 f N_p^2 A_n I_p \varepsilon}{p} \quad (\text{II.10})$$

El voltaje en el primario no es un dato especificado, más bien lo es el de la potencia o Burden del TC el cual es $\mathfrak{B} = \tilde{V}_p \tilde{I}_p^* = \tilde{V}_s \tilde{I}_s^*$ que se define como aquella potencia (correspondiente a una carga Z_c) con la cual los errores de relación y de fase son inferiores a los establecidos por las normas para su clase de precisión particular [1] y es un dato de placa. Con el valor del Burden el área transversal requerida del núcleo sería:

$$A_n = \frac{p |\mathfrak{B}|}{2\pi \mu_r \mu_0 f N_p^2 I_p^2 \varepsilon} \quad (\text{II.11})$$

Con la densidad de campo $\tilde{B}_\varepsilon = \sqrt{2} B_\varepsilon$ obtenida a partir de la ecuación (II.8) es posible determinar tanto la potencia aparente de magnetización por unidad de masa S_m como la potencia activa de magnetización por unidad de masa P_m a partir de las curvas características de magnetización provistas por los fabricantes de lámina². Los fabricantes de materiales magnéticos especifican estas curvas y al menos en la región en la cual no existe saturación magnética tienen una forma cuadrática en relación con la densidad de campo magnético \hat{B} [1], [6].

Las pérdidas en el núcleo P_m se deben principalmente a los efectos de histéresis magnética P_h , al de corrientes de Eddy-Foucault P_f y también a otros *en exceso* que se engloban en P_e ; esto es: $P_m = P_h + P_f + P_e$ [6].

En el caso de la histéresis son proporcionales $\hat{B}^2 f$ y en el de pérdidas por corrientes de Eddy-Foucault proporcionales a $\hat{B}^2 f^2$ [7]. Sin embargo, luego de haber realizado un ajuste de las curvas correspondientes, se obtienen las funciones (II.12) y (II.13) en las cuales β_s , ϕ_s y β_p , ϕ_p son los exponentes para la densidad de campo y la frecuencia respectivamente para las expresiones de la potencia aparente y activa por unidad de masa de la lámina de grano orientado GO .

Para una lámina específica de GO los valores hallados son $k_s = 0,000968$; $\beta_s = 1,76$; $\phi_s = 1,57$; $k_p = 0,00163$; $\beta_p = 2$; $\phi_p = 1,40$. Se puede observar que el exponente en el caso de la densidad de campo es 2 o está cerca de 2, y en el caso de la frecuencia es de aproximadamente 1,5, lo que está de acuerdo con lo especificado en [2], [6].

2 Se debe tomar en cuenta que para campos magnéticos menores a 0,20 T los valores de S_m y P_m no están claramente definidos en las curvas



En los cuadros 1 y 2 se muestran las potencias: activa, aparente y reactiva por unidad de masa para 50 y 60 Hz respectivamente. Puesto que la potencia reactiva normalmente no se especifica en las curvas, los datos de los Cuadros I y II se han determinado con ayuda de la fórmula $Q_m = \sqrt{S_m^2 - P_m^2}$. Por ejemplo para 0,40 T a 50 Hz, $S_m = 90\text{mVA/kg}$.

$$S_m = k_s B^{\beta_s} f^{\phi_s} \left[\frac{\text{VA}}{\text{kg}} \right] \tag{II.12}$$

$$P_m = k_p B^{\beta_p} f^{\phi_p} \left[\frac{\text{W}}{\text{kg}} \right] \tag{II.13}$$

Cuadro 1. Ajuste de la potencia activa, aparente y reactiva por unidad de masa con las consantantes y exponentes correspondientes hallados para una frecuencia de 50 Hz. Los errores se muestran entre paréntesis.

Densidad de campo magnético <i>T</i>	Potencia activa por unidad de masa <i>mW/kg</i>	Potencia aparente por unidad de masa <i>mVA/kg</i>	Potencia reactiva por unidad de masa <i>mVAR/kg</i>
0,20	16(-3)	26(nd)	21
0,40	62(0)	90(0)	65
0,60	140(5)	183(3)	118
0,80	249(4)	304(4)	174
1,00	390(0)	450(0)	224

Cuadro 2. Ajuste de la potencia activa, aparente y reactiva por unidad de masa con las consantantes y exponentes correspondientes hallados para una frecuencia de 60 Hz. Los errores se muestran entre paréntesis.

Densidad de campo magnético <i>T</i>	Potencia activa por unidad de masa <i>mW/kg</i>	Potencia aparente por unidad de masa <i>mVA/kg</i>	Potencia reactiva por unidad de masa <i>mVAR/kg</i>
0,20	20(-1)	35(nd)	29
0,40	80(-2)	119(-11)	88
0,60	181(-9)	244(-6)	164
0,80	249(-13)	405(5)	319
1,00	503(3)	599(-1)	325



Se conoce que la masa del núcleo de acero ferromagnético m_n es $m_n = \delta V \approx \delta A_n p$, en donde δ es la densidad del material, V es el volumen del núcleo, A_n es el área transversal del núcleo y p su perímetro. Luego de reemplazar la masa del núcleo en las ecuaciones (II.12) y (II.13) se obtienen respectivamente las ecuaciones (II.14) y (II.15), en donde S está dado en [VA] y P en [W].

$$S = k_s \delta A_n p \hat{B}_s^{\beta_s} f^{\phi_s} \quad (\text{II.14})$$

$$P = k_p \delta A_n p \hat{B}_p^{\beta_p} f^{\phi_p} \quad (\text{II.15})$$

Luego de utilizar la potencia aparente de magnetización $S = V_p I_m$ y además la ecuación (II.9), se obtiene el valor de la corriente de magnetización I_m que se indica en la ecuación (II.16).

$$I_m = \frac{k_s \delta p \hat{B}_s^{\beta_s-1} f^{\phi_s-1}}{2\pi N_p} \quad (\text{II.16})$$

De acuerdo al circuito equivalente del transformador de la Figura 2, la corriente de magnetización es la razón para que se presente el error de medición. Si no existiera el ramal de magnetización con corriente I_m el TC sería totalmente preciso. Entonces, luego de dividir para I_p se obtiene el error en por unidad que se muestra en la ecuación (II.17).

$$\varepsilon = \alpha \frac{k_s \delta p \hat{B}_s^{\beta_s-1} f^{\phi_s-1}}{2\pi N_p I_p} \quad (\text{II.17})$$

Se ha incluido en (II.17) el término adicional α (ecuación II.18) que tiene que ver con el circuito equivalente de la Figura 2. En (II.18) R_s es la resistencia en serie del devanado secundario, X_s es la reactancia de dispersión del bobinado secundario y Z_L es la impedancia que se ha conectado como carga en el secundario cuya resistencia es $R_L = Z_L \cos \gamma$ y cuya reactancia es $X_L = Z_L \sin \gamma$.

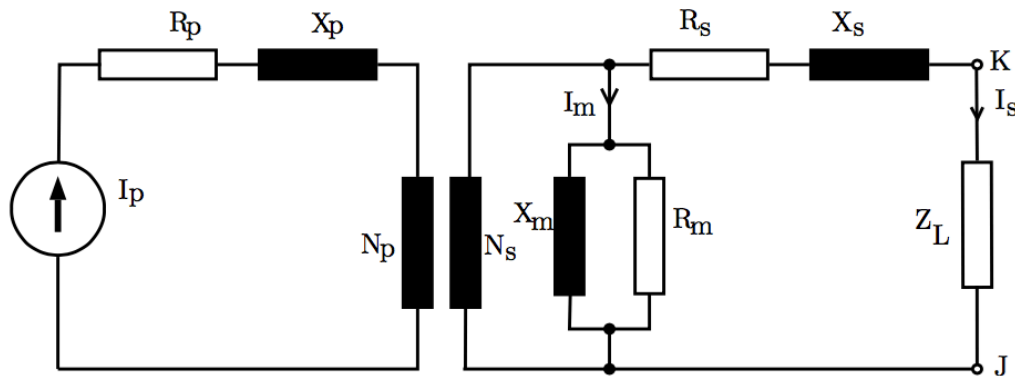
$$\alpha \approx 1 + \frac{R_s \cos \gamma + X_s \sin \gamma}{Z_L} \quad (\text{II.18})$$

D. Parámetros del circuito equivalente

Para el análisis completo del TC es necesario determinar cada uno de los valores de las reactancias y resistencias del circuito equivalente de la Figura 2 en el dominio de la frecuencia. En primer lugar, por construcción del TC se puede notar que realmente no hay puntos definidos de conexión a partir de los cuales se puedan medir tanto las reactancias de dispersión X_p como la resistencia del bobinado primario R_p ; por tanto, es deseable considerar que $X_p \approx 0$ y $R_p \approx 0$.

La resistencia del bobinado secundario R_s se puede calcular con la resistividad del cobre ρ_{Cu} con la fórmula $R_s = \rho_{Cu} l / A$, donde $l \approx F(2a_r + 2b)$ es la longitud promedio de una espira, a_r es el espesor de la lámina de GO, F es el factor de forma de la espira, b es la longitud del núcleo del TC y A es la sección del conductor, con $A = \pi e^2 / 4$; e es el espesor del conductor esmaltado. De esta manera $R_s = \rho_{Cu} N_s F(2a_r + 2b) / (\pi e^2 / 4)$. Finalmente, la reactancia de dispersión del secundario X_s debido a la poca dispersión de la construcción toroidal del TC, se conoce que también es de pequeño valor [2].

Figura 2. Circuito equivalente del TC



Fuentes: autores.

E. Error en el ángulo

La determinación del error en el ángulo de medida se lo puede realizar a partir del circuito equivalente del TC definido en la Figura 2. Para calcular el error en el ángulo de fase en la medición del TC es necesario considerar la potencia activa de magnetización P , la potencia reactiva de magnetización Q = el ángulo de fase $\theta = \arctan(Q/P)$, el Burden B del TC que es un dato necesariamente especificado, el ángulo de fase γ de la carga.

Luego de hacer el análisis correspondiente se obtiene la ecuación II.19

$$\phi = \arctan \left[\frac{S \cos (\theta - \gamma)}{\mathfrak{B} - S \sin (\theta - \gamma)} \right] \quad (\text{II.19})$$

Se puede notar que en casi todos los casos:

$$\phi \leq \arctan \left[\frac{S \cos \theta}{\mathfrak{B} - S \sin \theta} \right] \approx \left[\frac{Q}{\mathfrak{B} - P} \right] \quad (\text{II.20})$$

Características constructivas

Los devanados primario y secundario constituidos por alambre esmaltado de cobre deberán estar ensamblados alrededor de un núcleo toroidal y sujetos a una estructura de soporte. Para el aislamiento y protección e inclusive para darle una mayor estética al *TC*, el ensamble deberá ser fundido en una resina epóxica cicloalifática e hidrofóbica (*HCEP*). Las *HCEP* se obtienen por un proceso de dimerización a partir de monómeros de moléculas alifáticas lineales o cíclicas [8].

Para una mejor impregnación se deberá utilizar un proceso automático de gelificación a presión [9]. Las *HCEP* ofrecen excelentes propiedades de resistencia a las descargas de contorneo superficial, a la presencia de ozono en el ambiente y a los rayos ultravioleta, mientras mantiene una resistencia física. Las propiedades de la superficie hidrofóbica del *HCEP* aseguran que el *TC* presente un comportamiento altamente confiable en ambientes húmedos [9].



Conclusiones

Se ha demostrado que es posible calcular un TC de una forma metódica, y que se puede predecir adecuadamente el error tanto en la magnitud como en el ángulo de fase del transformador de medición en base a los parámetros y especificaciones solicitadas para su diseño.

Se puede apreciar una coincidencia entre los valores ajustados de la potencia aparente y activa en función de la densidad de campo magnético y la frecuencia.



BIBLIOGRAFÍA

- [1] J.F.CadenaLemos, "Diseño y construcción de un transformador de corriente de uso industrial para medida en baja tensión," Tesis, Escuela Politécnica Nacional, Ladrón de Guevara s/n y 12 de Octubre, Julio 1991, se realiza el diseño de un transformador lineal de corriente.
- [2] A. González, "Diseño de transformadores con ferritas lineales," 2009, diseño de diferentes tipos de transformadores y autoinductores.
- [3] A. L. O. G. Marder, Felipe Franco, "Sensor lineal de corriente para medición de energía." Universidad Nacional del Nordeste, Dto. de Ing. Eléctrica - Facultad de Cs. Exactas y Naturales y Agrimensura - UNNE. 9 de Julio 1449 - 2o P Lab.. No 7 - (3400) Corrientes - Argentina., Reporte T-045, Diciembre 2003, transformadores para medida de corriente sin núcleo.
- [4] A. González, "Materiales magnéticos," 2009, propiedades de los materiales magnéticos.
- [5] UTE, Transformadores de corriente de medida y protección, Febrero 2009, norma de los transformadores de corriente a ser utilizados en redes de Distribución en baja, y media tensión, así como en las redes de subtransmisión tanto para uso interior como exterior.
- [6] C.R.EdoardoBarbisio, Fausto Fiorillo, "Predicting loss in magnetic steels under arbitrary induction waveform and with minor hysteresis loops," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 40, no. 4, pp. 1810–1819, July 2004, predice la potencia perdida en el hierro.
- [7] W. N. F. Z. B. Z. J. C. D. Lin, P. Zhou, "A dynamic core loss model for soft ferromagnetic and power ferrite materials in transient finite element analysis," IEEE Transactions on magnetics, vol. 40, no. 2, pp. 1318–1321, March 2004, la dependencia con la densidad de campo magnético al cuadrado.
- [8] C. D. Correa, "Estudio de la influencia de resinas hidrocarbónicas hidrogenadas en las propiedades de mezclas con polipropileno," Master's thesis, Universidad Federal de Rio Grande do Sul, Portoalegre, Octubre 2012, postgrado de Química.
- [9] ABB, Boletín de Producto 1VAP429241-DB, 1st ed., Asea Brown Boveri, ABB Inc. 3022 NC 43 North Pinetops, NC 27864 Tel: +1-252-827-3212, Septiembre 2005, boletín de producto.

